

Etude des cavités optiques dans le cadre des
Lasers:

Michel Fabrice

Février 2003

Table des matières

Chapitre 1

Introduction :

1.1 Motivation :

Les cavités optiques sont utilisées dans les lasers afin d'en amplifier le rayonnement. L'étude de telles cavités est donc nécessaire pour la compréhension des faisceaux lasers.

1.2 Cavités optiques :

En toute généralité, une cavité optique est composée de deux miroirs M_1 et M_2 en regard. Ces miroirs étant hautement réfléchissants pour une longueur d'onde λ donnée.

1.2.1 Exemples de cavités :

Il existe différents exemples de cavités optiques :

- cavité confocale symétrique ;
- cavité hémifocale ;
- cavité plan-plan : les 2 miroirs sont plans et parallèles ;
- cavité sphérique : les centres de courbure C_1 et C_2 des 2 miroirs sont au centre de la cavité ;

Une cavité confocale symétrique est constituée de deux miroirs sphériques concaves identiques situés à une distance telle que leurs foyers respectifs F_1 et F_2 soient confondus au centre de la cavité. Les centres de courbures C_1 et C_2 sont alors situés sur les sommets S_1 et S_2 :

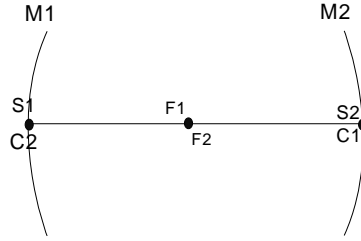


FIG. 1.1 – Représentation d'une cavité confocale symétrique.

Quant à la cavité hémifocale, elle est composée d'un miroir sphérique M_1 et d'un miroir plan M_2 tel que le foyer de M_1 coïncide avec le sommet de M_2 :



FIG. 1.2 – Représentation d'une cavité hémifocale.

L'avantage des différentes cavités est présenté dans la section traitant de la *stabilité*.

1.2.2 Cavité laser :

Dans les lasers, la lumière émise par le milieu actif se réfléchit plusieurs fois sur les deux miroirs avant d'émerger en S_2 à travers M_2 rendu partiellement transparent ¹ (Coefficient de réflexion : $R_2 \approx 95\%$).

Dans le cas des lasers, la cavité contient le milieu actif d'indice de réfraction n . Du coup, une telle cavité est dite "*résonateur actif*". Dans le cas où il n'y a pas de milieu actif, la cavité porte le nom de "*résonateur passif*".

¹Ainsi, le faisceau n'est plus coincé dans la cavité, il peut en sortir via S_2 : il y a *couplage optique* avec l'extérieur.

Chapitre 2

Intérféromètre de Fabry-Pérot :

2.1 Interférence d'ondes multiples issues d'une lame :

Si on envoie un faisceau sur une lame à faces parallèles d'épaisseur e et si on fait converger à l'aide d'une lentille tous les rayons sortant, alors on observe une figure d'interférence ¹.

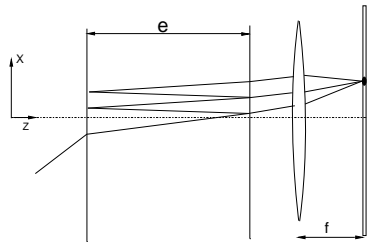


FIG. 2.1 – *Interférence d'ondes multiples issues d'une lame à faces parallèles.*

Et il est possible de démontrer que la distribution selon X du flux lumineux $I(P)$ transmis est de la forme :

$$I(P) = \frac{I_{max}}{1 + M \cdot \text{Sin}^2(\phi/2)} \quad (2.1)$$

Avec : $M = \frac{4R}{(1-R)^2}$, R étant le facteur de réflexion en flux des dioptries.

¹Cette figure d'interférence est constituée d'anneaux concentriques très fins dits de Haidinger.

ϕ représente le retard de phase introduit par la lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n sous l'incidence i . Ce qui implique :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2ne \cdot \cos(r) \quad (2.2)$$

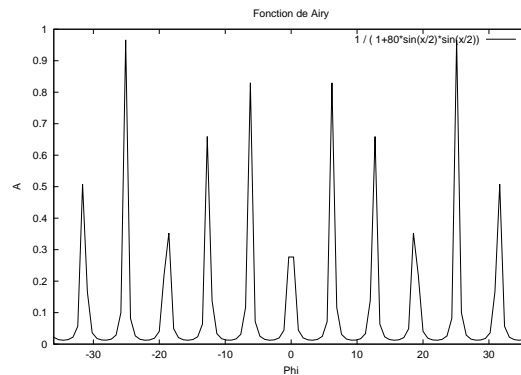
On introduit souvent la fonction d'Airy, $A(\phi)$, définie par :

$$A(\phi) = \frac{1}{1 + M \cdot \sin^2(\phi/2)} \quad (2.3)$$

Afin d'alléger l'écriture, on retient :

$$I(P) = I_{max} \cdot A(\phi) \quad (2.4)$$

La fonction d'Airy est représentée ci-dessous :



L'influence de M sur $A(\phi)$ est reprise en annexe.

Dans le cas où les faces n'ont pas les mêmes coefficients de réflexion, la fonction de Airy s'écrit :

$$A(\phi) = \frac{(1 - R_1) \cdot (1 - R_2)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cdot \cos(\phi)} \quad (2.5)$$

2.2 Interféromètre de Fabry-Pérot :

Un interféromètre de Fabry-Pérot est un dispositif optique qui fait interférer plusieurs ondes lumineuses (Interférence d'ondes multiples).

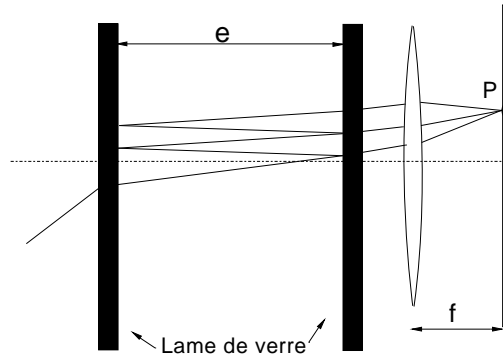


FIG. 2.2 – Représentation d'un interféromètre de type Fabry-Pérot.

Le dispositif optique se présente généralement sous la forme de la figure 2.2. Les deux lames de verre définissent une lame d'air d'épaisseur e . Du coup, on peut utiliser les résultats de la section 2.1.

On obtient donc :

$$I(P) = I_{max} \cdot A(\phi) \tag{2.6}$$

$$A(\phi) = \frac{(1 - R_1) \cdot (1 - R_2)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cdot \cos(\phi)} \tag{2.7}$$

Chapitre 3

Résonateurs passif et actif :

3.1 Résonateur passif :

Vu ce qu'il a été dit, il est facile de se convaincre qu'une cavité laser "vide" est une cavité du type Fabry-Pérot.

En effet, dans ce cas, les deux miroirs jouent le rôle des lames de verre et e correspond à la longueur L de la cavité.

3.1.1 Modes longitudinaux :

La cavité du type Fabry-Pérot¹ est capable de transmettre uniquement certaines fréquences.

En effet, il faut que $\phi = m.2\pi$ (m entier)

Ou encore, en incidence normale sous la relation 2.2, $\lambda = \frac{2nL}{m}$.

C'est à dire en terme de fréquence :

$$\nu_m = m \left(\frac{c}{2nL} \right) \quad (3.1)$$

La condition 3.1 est apelée condition de résonance et définit les *modes longitudinaux de vibration selon l'axe z*.

Les ondes qui ne répondent pas à cette condition 3.1 seront étouffées par interférence destructive.

On peut aussi en déduire que la différence entre 2 pics vaudra : $\Delta\nu = \frac{c}{2nL}$.

¹Vu la fonction d'Airy présentée dans la section 2.1.

$\Delta\nu$ définit la *distance spectrale libre*. On remarque qu'elle ne dépend que de la longueur de la cavité.

Quant à la relation $\lambda = \frac{2nL}{m}$, elle impose l'existence d'ondes stationnaires (de ν déterminées) dans la cavité.

Ordres de grandeur :

Lasers à semiconducteurs : longueur de la cavité $L \approx 300\mu m$;
Lasers He-Ne ont des longueurs L variant de 15cm à 2m ;

Pour une cavité longue de 10mm et d'indice $n = 1$, on trouve que $\Delta\nu = 15GHz$;

Pour un He-Ne de $nL = 30cm$ émettant à $632,8nm$: $\Delta\nu = 500MHz$.

3.1.2 Modes transverses :

L'étude précédente de la cavité de Fabry-Pérot est une étude à une seule dimension. Or les cavités utilisées présentent un caractère tridimensionnel. Ceci nous impose une étude plus complexe de la cavité. Les résultats ressortant de cette étude nous disent que les fréquences de résonance sont données par la relation :

$$\nu_{m,n,q} = q \frac{c}{2L} + \left[\frac{m+n+1}{\pi} \text{Arccos} \sqrt{\left(1 - \frac{L}{R_{c1}}\right) \cdot \left(1 - \frac{L}{R_{c2}}\right)} \right] \frac{c}{2L} \quad (3.2)$$

Longitudinalement, les ondes stationnaires auront les fréquences dépendant des nombres entiers (m,n,q). Et la distribution longitudinale du flux variera comme un sinus.

Transversalement, seuls les nombres (m,n) définiront les fréquences résonantes. Du coup, la distribution transversale du flux lumineux ne dépend aussi que de (m,n) et elle définit les *modes transverses* TEM_{mn} .

Sur la page suivante sont reprises quelques représentations de ces modes transverses ².

²Le mode TEM_{00} est le plus utilisé, car les pertes par diffraction aux bords des miroirs de la cavité sont plus faibles : cfr Annexe C. Il définit ce qu'on appelle les *faisceaux gaussiens*.

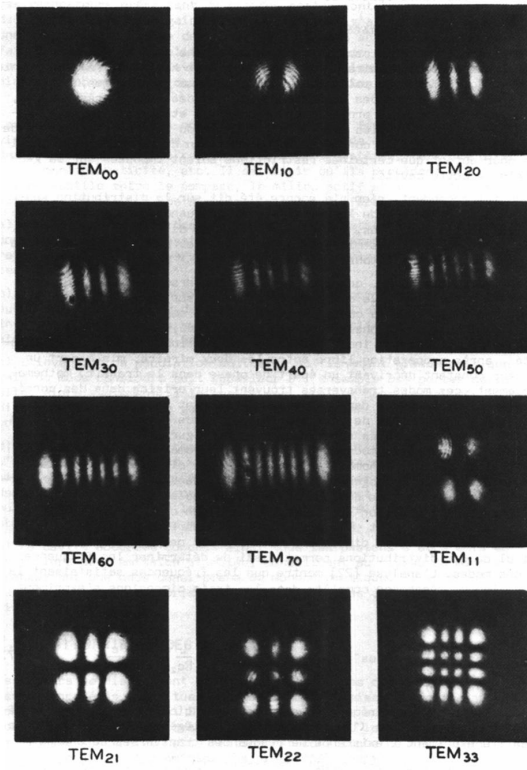


FIG. 3.1 – *Distribution en flux de quelques modes transverses électromagnétiques.*

3.2 Résonateur actif :

Contrairement au résonateur passif, le résonateur actif contient un milieu actif.

Ceci a pour conséquence que lorsque le milieu actif deviendra lumineux (suite à l'inversion de population), la cavité amplifiera le rayonnement à chaque passage dans le milieu actif.

Il faut remarquer qu'il y aura aussi des pertes dans la cavité à chaque passage du rayonnement.

Pour une atténuation linéaire ³, le flux lumineux sera atténué sur un aller-retour par le facteur :

$$R_1 R_2 \cdot \exp(-2\beta L) \quad (3.3)$$

Où β est le coefficient d'atténuation et R_i , les facteurs de réflexion des deux miroirs.

Dès lors, il y aura amplification finale si les pertes sont moins importantes que l'amplification. Ceci spécifie le seuil de l'inversion de population à partir duquel le laser commence à fonctionner.

Il est également important de signaler que l'amplification ne sera pas infinie. En effet, les processus d'émission stimulée et d'absorption tentent à égaliser les populations.

³Atténuation linéaire : $\frac{dI}{dz} = -\beta I$.

Chapitre 4

Sélection des modes :

Dans ce chapitre, nous allons tenter de définir la manière de sélectionner les modes longitudinaux et transverses.

4.1 Sélection du mode longitudinal :

Le mode longitudinal est sélectionné par la condition de résonance 3.1 :

$$\nu_m = m \left(\frac{c}{2nL} \right) \quad (4.1)$$

Cette relation nous donne les fréquences capables de sortir de la cavité. C'est à dire qu'à l'extérieur de la cavité, nous n'observerons pas un pic de résonance mais bien toute une série de pics.

Or, du point de vue pratique, ce qui nous intéresse c'est de n'avoir qu'une seule fréquence (fixer m) hors de la cavité. Pour ce faire, nous devons rajouter dans la cavité un étalon ¹ de Fabry-Pérot. La longueur d de cet étalon déterminera la fréquence émergente de la cavité par l'analogie de la relation 3.1.

En général, on tentera de sélectionner la fréquence de gain le plus élevé. Il faut noter aussi que le fait de sélectionner une seule fréquence diminue la puissance du laser ².

¹Un étalon Fabry-Pérot est une cavité Fabry-Pérot de longueur très petite : cfr *Ordre de grandeur* 4.1.1. C'est donc comme si on avait deux cavités en une : on refait une sélection dans la sélection

²Pour s'en convaincre, il faut regarder la courbe de gain du laser.

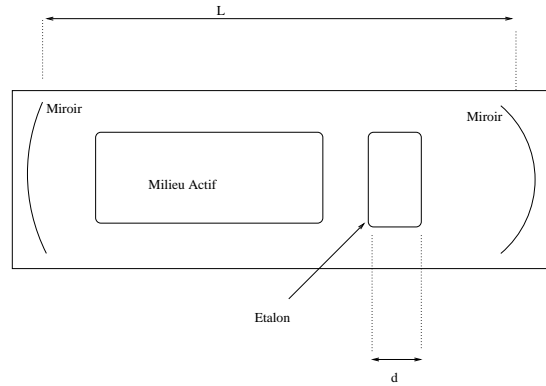


FIG. 4.1 – Cavity laser contenant un étalon Fabry-Pérot

4.1.1 Ordre de grandeur :

Laser Ar^+ :

Un tel laser présente une courbe de gain de "largeur" $\Delta\nu_g = 5GHz$. Or pour une cavité de 1m de long, la distance spectrale libre $\Delta\nu$ vaut, en vertu de la section 3.1.1, 150MHz. Au total, il existe donc 33 modes longitudinaux capables de sortir de la cavité.

Pour sélectionner un mode, il faut ajouter un Fabry-Pérot secondaire. Une distance spectrale $\Delta\nu'_g > 5GHz$ implique que la longueur d de l'étalon doit être inférieure à 3cm pour obtenir un seul mode longitudinal à la sortie de la cavité.

Laser He-Ne :

Le gain d'un tel laser présente une "largeur" de 1500MHz.

- Tube long de 30cm : distance spectrale libre = 500MHz ;
- Tube long de 20cm : distance spectrale libre = 750MHz ;
- Tube long de 10cm : distance spectrale libre = 1500MHz.

Du coup, dans un laser He-Ne, il n'est pas nécessaire de rajouter un étalon Fabry-Pérot, car dans la cavité principale, seul 1 ou 2 modes pourront sortir vu la courbe de gain du laser.

4.1.2 Laser multimode :

Le fait de pouvoir obtenir plusieurs fréquences de résonance (existence de m dans *eq.3.1*) pour un seul laser permet de créer des lasers à fréquence réglable (laser *multimode*).

Pour ce faire, utilisons un *spectromètre à prisme* : on ajoute dans la cavité laser un prisme et on n'aligne plus les miroirs. Ainsi, en faisant tourner le prisme, on fait varier la fréquence de résonance.

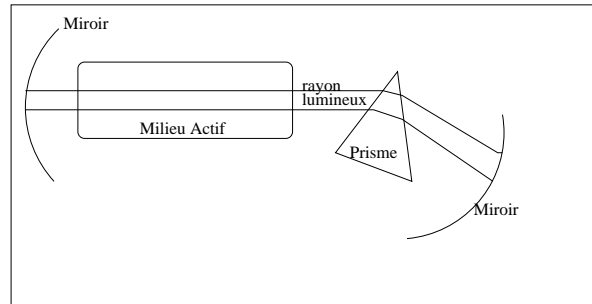


FIG. 4.2 – Cavité d'un laser multimode.

4.2 Sélection du mode transverse :

La sélection des modes transverse est basée sur l'étude des pertes par diffraction ³.

Ainsi dans le cas d'une compétition entre TEM_{00} et TEM_{10} , si le facteur de perte du mode TEM_{00} est plus petit que le facteur de perte du mode TEM_{10} alors le mode TEM_{00} l'emportera.

Ceci a pour conséquence que le mode TEM_{00} est le plus fréquent. Pour obtenir, un autre mode, il est préférable d'utiliser un laser à semiconducteurs car la petite taille de la cavité augmente les pertes par diffraction et favorise du coup les autres modes transverse.

³En annexe est reprise l'étude des pertes par diffraction aux bords des miroirs.

Chapitre 5

Caractéristiques principales des cavités lasers :

5.1 Finesse F :

Sur la figure représentant la fonction d'Airy, on constate que les pics ont une certaine largeur.

On note $\Delta\nu_{pic}$, cette largeur à mi-hauteur.

De plus, on a défini la distance spectrale $\Delta\nu$ qui sépare deux pics voisins.

Alors, on définit la finesse ¹ F par :

$$F = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{pic}} \approx \pi \cdot \frac{(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}}. \quad (5.1)$$

Où R_i sont les facteurs de réflexion des miroirs.

Ceci a pour conséquence que :

$$\Delta\nu_{pic} = \frac{1}{F} \frac{c}{2L} \quad (5.2)$$

C'est à dire, que la cavité produira des pics d'autant plus fins que le produit $L \cdot F$ sera élevé.

Pour des facteurs de réflexion valant 99%, on obtient une finesse de l'ordre de 100.

¹Il est bon de remarquer que la finesse est un nombre sans unité et qui ne dépend que des facteurs de réflexion des miroirs.

Avec des miroirs de très haute qualité, on obtient une finesse valant jusqu'à 10^5

5.2 Facteur de qualité Q :

Le facteur de qualité² Q d'une cavité laser est défini³ par le rapport de l'énergie stockée dans la cavité par la puissance dissipée par le résonateur.

Il est possible de démontrer que :

$$Q = \pi \cdot \frac{1 + R_2}{(1 - R_2) + R_2(1 - R_1)} \cdot \frac{L}{\lambda} \quad (5.3)$$

Pour $R_1 \approx R_2 \approx 1$, Q peut se réécrire :

$$Q = F \cdot \frac{L}{\lambda} \quad (5.4)$$

Pour une longueur d'onde de 500nm, une cavité longue de 1m et une finesse de 100, on a $Q = 2 \cdot 10^8$.

5.3 Stabilité des cavités :

Si après plusieurs aller-retours, le faisceau ne s'est pas échappé de la cavité, alors celle-ci sera dite *stable*.

Dans le cas contraire, la cavité sera dite *instable*.

Le *critère de stabilité* de la cavité est donné par :

$$0 \leq \left(1 - \frac{L}{R_{c_1}}\right) \cdot \left(1 - \frac{L}{R_{c_2}}\right) \leq 1 \quad (5.5)$$

Où R_{c_i} représentent les rayons de courbure des 2 miroirs et L, la longueur de la cavité.

²Q ne possède pas d'unité.

³A un facteur $2\pi\nu$ près.

5.3.1 Exemple d'une cavité plan-plan :

Dans le cas où les deux miroirs sont plans ($R_c \rightarrow \infty$), on obtient théoriquement une cavité stable.

Cependant, ceci n'est vérifié que si les deux miroirs sont parfaitement alignés. On parlera donc de *stabilité marginale*.

De plus, la cavité plan-plan n'est pas la plus intéressante car les phénomènes de diffraction aux bords des deux miroirs apporteront des pertes qui peuvent parfois s'avérer excessives.

5.3.2 Autres exemples de cavités lasers :

Ci dessous sont reprises quelques cavités utilisées pour leur stabilité :

- cavité *confocal* : $R_{c_1} = R_{c_2} = L$;
- cavité *hémiconfocale* : $R_{c_1} \rightarrow \infty, R_{c_2} = 2L$;
- cavité *sphérique* : $R_{c_1} = R_{c_2} = L/2$;
- cavité *hémisphérique* : $R_{c_1} \rightarrow \infty, R_{c_2} = L$;
- cavité *grands rayons de courbure* : $R_{c_1} \gg L, R_{c_2} \gg L$.

Les cavités les plus fréquentes sont les cavités hémisphériques.

Chapitre 6

Caractéristiques du faisceau laser :

Le faisceau laser sortant de la cavité dépend fortement du milieu actif mais aussi des propriétés géométriques de la cavité. Reprenons dans ce chapitre, les caractéristiques du faisceau sortant.

6.1 Distribution du flux :

Comme il l'a déjà été dit, la distribution longitudinale du flux suit un sinus tandis que la distribution transverse suit l'un des modes TEM_{mn} .

L'étude du mode TEM_{00} sera étudié dans un autre exposé. Ce mode correspondant à une distribution gaussienne selon la distance à l'axe optique.

6.2 "Monochromaticité" du faisceau :

Le milieu actif suite au pompage va émettre des radiations à des fréquences appartenant ¹ à $[\nu - \Delta\nu, \nu + \Delta\nu]$.

Cependant, il se peut aussi qu'à un autre moment² le milieu émette une autre fréquence contenue dans $[\nu' - \Delta\nu', \nu' + \Delta\nu']$.

Mais la cavité laser ne laissera sortir que la fréquence ν vérifiant la résonance (relation 3.1).

¹Les $\Delta\nu$ sont introduits pour tenir compte de l'élargissement des raies émises par le milieu : voir annexe.

²Le milieu actif d'un laser He-Ne peut émettre dans le rouge et dans l'IR.

Du coup, le laser aura les fréquences contenues ³ dans $[\nu - \Delta\nu, \nu + \Delta\nu]$.

Tout ceci implique que le faisceau laser ne sera pas parfaitement monochromatique.

Ceci a pour conséquence d'apporter un défaut de cohérence temporelle ⁴.

On peut rendre le faisceau plus monochromatique en réduisant la largeur des pics de la fonction de Airy.

Or le seul moyen de réaliser cette réduction est de jouer sur le produit F.L.

Pour rappel :

$$\Delta\nu_{pic} = \frac{1}{F} \cdot \frac{c}{2L} \quad (6.1)$$

$$F = \pi \frac{(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}} \quad (6.2)$$

En terme de longueur d'onde :

$$\Delta\lambda_{pic} = \frac{\lambda^2}{2LF} \quad (6.3)$$

6.2.1 Ordre de grandeur :

Pour un laser He-Ne ($\lambda_0 = 632,8nm$) de $L = 15cm$: $\Delta\nu_{pic} = 1GHz$.
On constate que 1GHz est une valeur très faible par rapport au $5.10^{14}Hz$ que représente les 632,8nm.

6.2.2 Conclusion :

Un faisceau laser n'est pas parfaitement monochromatique mais l'écart par rapport à cette monochromaticité est très faible. Le faisceau sera dit fortement temporellement cohérent

6.3 Propagation et directivité du faisceau :

La faisceau ne peut sortir de la cavité qu'au point S_2 , sommet du miroir M_2 .

³En effet, la fonction de Airy n'est pas une distribution δ mais plutôt une lorentzienne. Donc si ν vérifie la résonance, alors la cavité laissera sortir $[\nu - \Delta\nu, \nu + \Delta\nu]$.

⁴Voir section traitant de la cohérence

Ceci a pour conséquence que la faisceau est *monodirectionnel* : si z est l'axe optique de la cavité, alors la faisceau se propagera, hors de la cavité, parallèlement à cet axe.

De plus, dans l'étude des faisceaux gaussiens, nous verrons que ces faisceau divergent ⁵ très peu : l'angle de divergence θ est de l'ordre de la minute.

6.4 Cohérence du faisceau :

La cohérence d'un faisceau est une propriété importante, car c'est une des caractéristiques nécessaires au phénomène d'interférence.

Un faisceau est dit cohérent si sa phase est constante au cours du temps.

6.4.1 Cohérence spatiale :

Un faisceau est *spatialement* complètement cohérent si, à chaque instant, l'onde possède une phase constante tout au long de son front d'onde.

On définit la *largeur de cohérence spatiale* :

$$l_s = \frac{\lambda}{\theta} \quad (6.4)$$

θ étant le diamètre apparent de la source.

Plus cette largeur de cohérence spatiale est élevée et plus le faisceau sera spatialement cohérent.

Dans le cas d'un faisceau, on voit donc que sa divergence joue sur la cohérence spatiale.

Cependant, pour un laser la divergence est très faible. Ceci implique qu'il est "fortement" spatialement cohérent.

⁵Le faisceau diverge suite à la diffraction causée par les bords de l'orifice de sortie de la cavité laser.

Ordre de grandeur :

Le soleil a un diamètre apparent de $\theta = 32'$ et a un rayonnement centré sur 550nm : $l_s \approx 60\mu m$.

Pour Vénus, θ vaut 1' donc $l_s \approx 2mm$ cependant le spectre de Vénus n'est pas monochromatique ⁶.

He-Ne : θ vaut 1' et $\lambda = 632,8nm$ donc $l_s \approx 2,2mm$.

6.4.2 Cohérence temporelle :

Un faisceau est *temporellement* complètement cohérent si, à un instant donné, le long d'un front d'onde en mouvement, la phase est identique à celle que possède l'onde après avoir traversé une distance L, quelque soit L.

On définit la *longueur de cohérence* L_c et le *temps de cohérence* T_c :

$$T_c = \frac{L_c}{c} \approx \frac{1}{2\pi\Delta\nu_{pic}} \quad (6.5)$$

Et on dira que le faisceau est temporellement cohérent que sur des distances L inférieures à L_c .

La non-monochromaticité d'un faisceau apporte un défaut de cohérence temporelle. Plus l'onde sera monochromatique ($\Delta\nu_{pic}$ petit) et plus le faisceau sera temporellement cohérent.

Dans le cas des lasers, le faisceau étant quasi monochromatique, il est "fortement" temporellement cohérent.

Ordre de grandeur :

- Lampe à vapeur de Hg : $L_c \approx 10^{-3}cm$;
- Laser He-Ne multimode : $L_c \approx 20cm$;
- Laser He-Ne monomode : L_c vaut une centaine de mètres ;
- Laser Nd-YAG : $L_c \approx 2,5cm$;
- Laser rubis : $L_c \approx 0,5cm$;
- Laser Ar^+ : $L_c \approx 6cm$.

⁶En effet, la lumière émise provient de réactions nucléaires différentes au centre de l'étoile. Et chaque type de réaction émet une fréquence différente bien déterminée.

6.4.3 Conclusion :

Les lasers présentent une grande cohérence. Ceci implique qu'ils pourront créer aisément des interférences et une conséquence importante de ceci est l'existence du *speckle*⁷.

⁷Cfr. Annexe D

Chapitre 7

Annexes :

7.1 Annexe A : Etude de la fonction de Airy :

Dans cette section, tentons d'observer l'influence du paramètre M dans la fonction de Airy $A(\phi)$:

$$A(\phi) = \frac{1}{1 + M \cdot \text{Sin}^2(\phi/2)} \quad (7.1)$$

Pour ce faire, jouons sur la valeur de M. Ceci se fait en pratique en jouant sur les coefficients de réflexion des miroirs.

Voici les résultats obtenus :

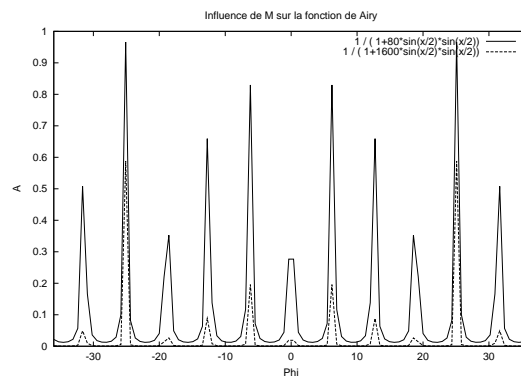


FIG. 7.1 – Représentation de la fonction de Airy pour $M=80$ (trait plein) et pour $M=1600$ (trait hachuré).

On observe que si M augmente, la largeur des pics diminuent, c'est à dire que l'on s'approche plus de la monochromaticité.

On constate aussi que les pics diminuent en amplitude.

En conclusion, l'approche vers la monochromaticité se paye par une perte en flux lumineux à l'extérieur de la cavité.

7.2 Annexe B : Profil de raies dans une lampe à décharge :

Si l'on considère une lampe à décharge, la lumière émise n'est pas monochromatique : chaque raie émise par le gaz désexcité possède une certaine largeur $\Delta\nu$.

Ceci s'explique par trois types d'élargissement :

- l'élargissement naturel ;
- l'élargissement Doppler ;
- l'élargissement collisionnel.

7.2.1 Elargissement naturel :

La fréquence ν des photons émis suite à la désexcitation du gaz dans la lampe se distribue sur un profil lorentzien de largeur à mi-hauteur :

$$\Delta\nu_{nat} = \frac{1}{2\pi\tau_{sup}} + \frac{1}{2\pi\tau_{inf}} \quad (7.2)$$

Avec τ_{sup} et τ_{inf} , les durées de vie des niveaux supérieur et inférieur de la transition atomique

Ordre de grandeur :

Si $\tau_{sup} = 10\text{ns}$ et si le niveau inférieur est le fondamental ($\tau_{inf} \rightarrow \infty$)

Alors $\Delta\nu_{nat} = 15,9\text{MHz}$.

En longueur d'onde : pour $\lambda = 500\text{nm}$, la raie a une largeur de 0.000013nm .

Laser He-Ne : $\lambda = 632,8\text{nm}$, temps de vie = 10^{-8}s : élargissement naturel = 15MHz .

7.2.2 Elargissement Doppler :

Les atomes du gaz n'ont pas tous la même vitesse : à température ambiante, la distribution des vitesses est une distribution de Maxwell-Boltzmann.

Dans ce cas, dans le référentiel du laboratoire et suite à l'effet Doppler, nous observerons une distribution des fréquences.

Cette distribution pour chaque raie ν_0 est une gaussienne centrée sur ν_0 et de largeur à mi-hauteur :

$$\Delta\nu_{dop} \approx 2.35 \frac{\sqrt{\frac{kT}{m}}}{\lambda_0} \quad (7.3)$$

Où k est la constante de Boltzmann, T la température et m , la masse atomique.

Ordre de grandeur :

Pour une vapeur de Hg à T ambiante, une raie à 500nm possède une largeur égale à 522MHz c'est à dire, 0.00044nm.

Laser He-Ne : $T = 400K$, $m_{Ne} = 20g$: élargissement Doppler = 1500MHz.

7.2.3 Elargissement collisionnel :

L'interaction entre les atomes du gaz apporte une perturbation qui amène un déplacement des niveaux d'énergie.

Ceci amène une distribution des fréquences émises lors de la désexcitation d'où un élargissement des raies.

A température T_0 et pression p_0 ambiantes, cet élargissement varie entre 0.5 et 5GHz.

A une température T et une pression p , l'élargissement collisionnel est donné par :

$$\Delta\nu_{col}(p, T) = \Delta\nu_{col}(p_0, T_0) \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \sqrt{\frac{T_0}{T}} \quad (7.4)$$

On constate que l'on peut réduire cet élargissement en travaillant à basse pression.

Ordre de grandeur :

Laser He-Ne : $P = 200\text{Pa}$, $T = 400\text{K}$: élargissement collisionnel = 0.64MHz .

7.2.4 Retour au laser :

Dans les lasers à gaz, le processus d'émission par le milieu actif est comparable à celui d'une lampe à décharge.

C'est pourquoi cette émission présente une largeur de raie et c'est pour cette raison que dans la section 5.2, les termes $\Delta\nu$ et $\Delta\nu'$ ont été introduits.

On remarquera aussi que dans le cas d'un He-Ne, c'est l'élargissement Doppler le plus important.

7.3 Annexe C : Diffraction aux bords des miroirs :

Dans la cavité d'un laser à gaz, les pertes par diffraction sont moins importantes que les pertes par réflexions sur les miroirs. Cependant, les pertes par diffraction jouent un rôle essentiel pour la sélection du mode transverse de la cavité.

Dans les lasers à semiconducteurs, la cavité est tellement petite que la diffraction aux bords des miroirs est très importante.

En conclusion, l'étude des pertes par diffraction aux bords des miroirs est importante.

7.3.1 Facteur de perte : α :

Les pertes par diffraction dans la cavité sont caractérisées par le facteur de perte α .

Ce facteur dépend essentiellement de la cavité et du mode transverse. Pour étudier le comportement de α en fonction de la cavité, il faut introduire le nombre de Fresnel N :

$$N = \frac{a^2}{L\lambda} \quad (7.5)$$

Où a représente le rayon du miroir dans le cas de miroirs sphériques ou a représente la demi-largeur du miroir dans le cas de miroirs rectangulaires ;
 L représente la distance séparant les deux miroirs ;
 λ est la longueur d'onde de la radiation.

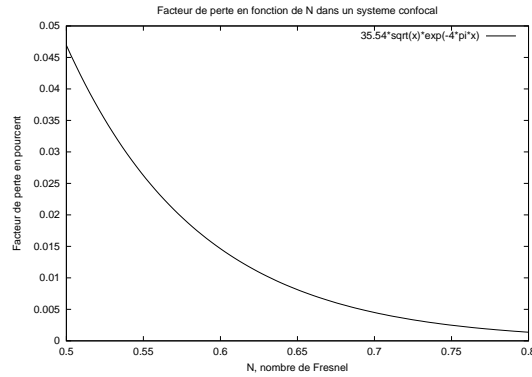
Perte dans un système confocal :

Il est possible de démontrer que dans un système confocal, le facteur de perte α peut s'écrire pour des miroirs rectangulaires et pour le mode fondamental :

$$\alpha = 35,54.N^{1/2}.exp(-4\pi N). \left[1 - \frac{3}{64}\pi N + O(2\pi N)^{-2} \right] \quad (7.6)$$

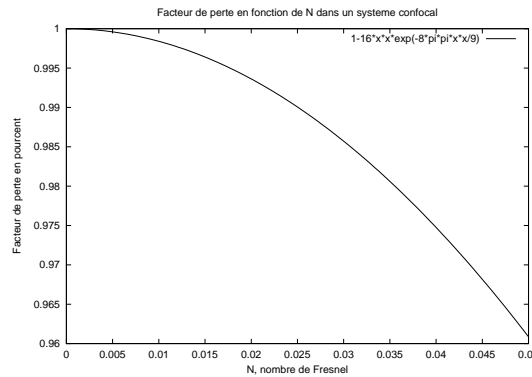
- Pour $N > 0.5$ ceci donne :

$$\alpha = 35.54.N^{1/2}.exp(-4\pi N) \quad (7.7)$$



- Pour $N \ll 1$, on obtient l'expression :

$$\alpha = 1 - 16.N^2.exp\left(\frac{-8\pi^2 N^2}{9}\right) \quad (7.8)$$



Les expressions de α dans le cas de miroirs circulaires sont fournies dans Fox Li, *Bell System Tech. J.*40, 1961.

C'est dans les systèmes confocaux que les pertes de diffractions sont les moins importantes.

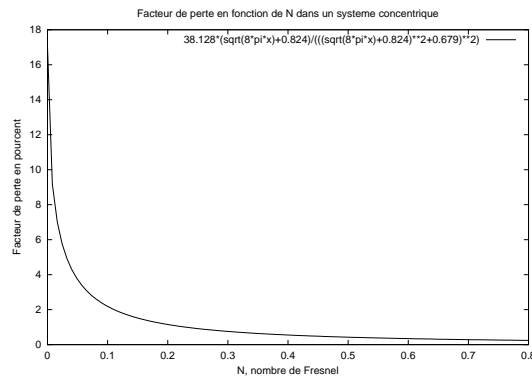
Perte dans un système plan-plan ou dans un système concentrique :

Un système plan-plan et un système concentrique ¹ possèdent les mêmes pertes par diffraction.

L'expression de α en fonction de N, pour le mode fondamental de la cavité, est donné par la formule de Vainshtein :

$$\alpha = 46,27 \cdot \frac{\beta(M + \beta)}{[(M + \beta)^2 + \beta^2]^2}. \quad (7.9)$$

Avec $\beta = 0.824$ et $M = \sqrt{8\pi N}$.



Pour N suffisamment grand, la formule de Vainshtein se simplifie en :

$$\alpha = \frac{1}{3} \cdot N^{-3/2}. \quad (7.10)$$

7.3.2 Pertes par diffraction et modes :

Paramètre g_1 et g_2 :

On définit pour chaque miroir :

$$g_i = 1 - \frac{L}{R_i}; i = 1, 2. \quad (7.11)$$

Où L est la longueur de la cavité et R_i , le rayon de courbure des miroirs.

¹Un système concentrique est une cavité qui possède deux miroirs sphériques dont les centres de courbure se situent au même endroit dans la cavité.

Perte et mode transverse :

Les pertes par diffraction dépendent de la cavité mais aussi du mode transverse de celle-ci :

Pour un même mode longitudinal, les modes TEM_{00} et TEM_{10} ne fournissent pas les mêmes pertes :

En général, les pertes du mode fondamental sont les plus faibles.

Cependant, pour $g_1 = g_2 = g$, quand g augmente l'écart entre les pertes du mode TEM_{00} et TEM_{10} se réduit : cfr. Stencil.

Du coup, il va arriver une configuration géométrique de la cavité pour laquelle les pertes du mode 00 seront les plus importantes. Ceci arrivera principalement dans des lasers à semiconducteurs.

Perte et mode longitudinal :

Les pertes par diffraction sont indépendantes du mode longitudinal : Pour un même mode transverse, les pertes seront identiques quelque soit le mode longitudinal.

7.4 Annexe D : Le phénomène de speckle :

On appelle *speckle* ou *tavelures*, un ensemble de petites taches brillantes (grains lumineux), de formes diverses et réparties de façon désordonnée.

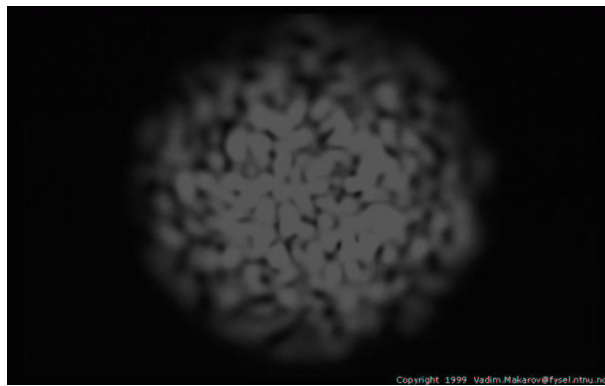


FIG. 7.2 – *Phénomène de Speckle dans les lasers.*

Ces grains apparaissent chaque fois qu'une onde lumineuse spatialement co-

hérente ² rencontre un milieu diffusant.

Ceci s'interprète par l'interférence des ondes cohérentes émises par les différents points du diffuseur.

On caractérise un speckle par la taille moyenne s de ses taches. Cette taille moyenne est estimée en comptant le nombre de grains N dans une surface d'aire A déterminée :

$$s = \sqrt{\frac{A}{N}} \quad (7.12)$$

Expérimentalement, il a été montré que :

$$s \approx \frac{d\lambda}{a} \quad (7.13)$$

λ étant la longueur d'onde du faisceau ;
 d , la distance entre le diffuseur et l'écran d'observation ;
 a , la taille de la zone éclairée du diffuseur.

On observe donc que la taille des grains est indépendante de la structure du diffuseur.

La taille moyenne s des taches peut s'interpréter comme l'interfrange associée à l'interférence des deux ondes issues des points les plus éloignés du diffuseur.

Pour éliminer le phénomène de speckle, on donne un mouvement aléatoire au diffuseur ou on utilise un détecteur muni d'une ouverture suffisamment grande.

²Le speckle apparait quand on utilise un laser ou quand on regarde une étoile ponctuelle au foyer image d'un télescope sur Terre pendant un temps de pose très court (quelques millisecondes) ,...Le dernier exemple porte le nom de *speckle astronomique*.

Chapitre 8

Bibliographie :

- José-Philippe Pérez, *Optique, Fondements et applications*. 6^{ième} édition, Dunod, Paris, 2002.
 - Thierry Bastin, *Electrons, Atomes, Molécules : Licences en Sciences Physiques*. Université de Liège, année académique 2001-2002.
 - H. Kogelnik and T. Li, *Appl. Opt.*, 5 :1550, 1966.
 - Albert K. Levine, *Lasers.*, volume 1, Marcel Dekker-INC, New-York, 1966.
 - B.A.Lengyel, *Introduction to Laser Physics*", John Wiley and Sons-INC, 1968.
 - Svelto, *Principles of Lasers*", 2ième édition, Plenum Press, New-York, 1982.
-